Уравнение третьей степени.
Метод Кардано.

Пусть задано уравнение $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$. Положим $x = y - \frac{a}{3}$, тогда исходное уравнение примет вид: $y^3 + px + q = 0$.

Величина $\Delta = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2$. Рассмотрим 3 случая:

1. $\Delta > 0 \Rightarrow$ уравнение имеет 1 действительный и 2 комплексных сопряженных корня;

2. $\Delta = 0 \Rightarrow$ уравнение имеет 3 действительных корня, 2 из которых кратные: $\left[\begin{array}{l} y_1 = \dfrac{3q}{p}, \\ y_2 = y_3 = -\dfrac{3q}{p}. \end{array}\right.$;

3. $\Delta < 0 \Rightarrow$ уравнение имеет 3 различных действительных корня.

Для $\Delta \neq 0$ имеем: $\left[\begin{array}{l} y_1 = u + v, \\ y_{2,3} = -\dfrac{1}{2}(u+v) \pm \dfrac{i\sqrt{3}}{2}(u-v). \end{array}\right.$,

где $u = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}}$, $v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta}}$.

Уравнение четвертой степени.
Метод Феррари.

Пусть задано уравнение $x^4+ax^3+bx^2+cx+d=0$. Имеем:

$$x^4+ax^3+bx^2+cx+d=0 \Leftrightarrow x^4+ax^3=-bx^2-cx-d \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^4+2\frac{ax}{2}x^2+\frac{a^2x^2}{4}=\frac{a^2x^2}{4}-bx^2-cx-d \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2+\frac{ax}{2}\right)^2=\left(\frac{a^2}{4}-b\right)x^2-cx-d \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2+\frac{ax}{2}\right)^2+2\left(x^2+\frac{ax}{2}\right)\frac{y}{2}+\frac{y^2}{4}=\left(x^2+\frac{ax}{2}\right)y+\frac{y^2}{4}+\left(\frac{a^2}{4}-b\right)x^2-cx-d \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2+\frac{ax}{2}+\frac{y}{2}\right)^2=yx^2+\left(\frac{a^2}{4}-b\right)x^2+x\frac{ay}{2}-cx+\frac{y^2}{4}-d \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2+\frac{ax}{2}+\frac{y}{2}\right)^2=x^2\left(y+\frac{a^2}{4}-b\right)+x\left(\frac{ay}{2}-c\right)+\left(\frac{y^2}{4}-d\right) \qquad (*)$$

Рассмотрим правую часть уравнения $(*)$ как квадратный трехчлен относительно x и подберем y так, чтобы он являлся квадратом некоторого линейного двучлена. Для этого необходимо и достаточно, чтобы его дикриминант был равен нулю, т.е.

$$\left(\frac{ay}{2}-c\right)^2-4\left(y+\frac{a^2}{4}-b\right)\left(\frac{y^2}{4}-d\right)=0 \qquad (**)$$

Пусть y_0 - действительный корень уравнения $(**)$.

Тогда, подставив y_0 вместо y в уравнение $(*)$, получим:

$$\left(x^2+\frac{ax}{2}+\frac{y_0}{2}\right)^2=\left(Ax+B\right)^2 \Leftrightarrow \left(x^2+\frac{ax}{2}+\frac{y_0}{2}\right)^2-\left(Ax+B\right)^2=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\left(x^2+\frac{ax}{2}+\frac{y_0}{2}\right)-\left(Ax+B\right)\right)\left(\left(x^2+\frac{ax}{2}+\frac{y_0}{2}\right)+\left(Ax+B\right)\right)=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &x^2+\frac{ax}{2}+\frac{y_0}{2}=Ax+B, \\ &x^2+\frac{ax}{2}+\frac{y_0}{2}=-Ax-B. \end{aligned}\right. \qquad A,B\in\mathbb{R} \qquad (***)$$

Решая совокупность $(***)$, найдем все корни исходного уравнения.