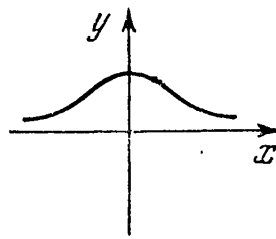
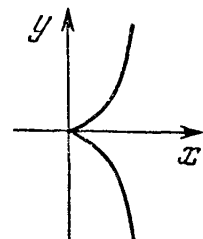


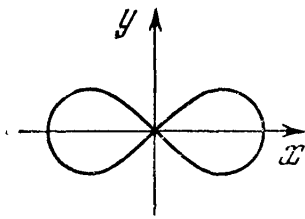
Парабола Нейля



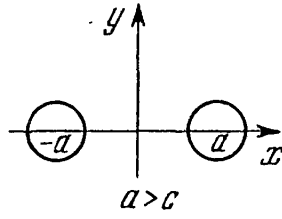
Локон



Циссоида

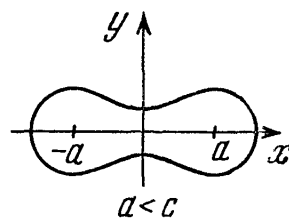


Лемниската

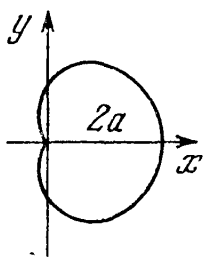


$a > c$

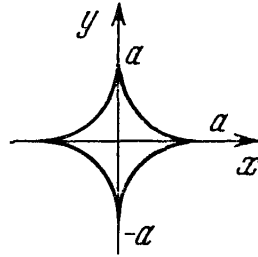
Овалы Кассини



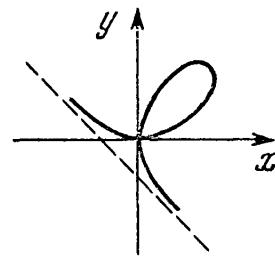
$a < c$



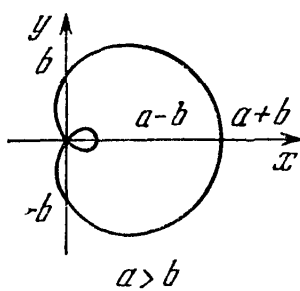
Кардиоиди



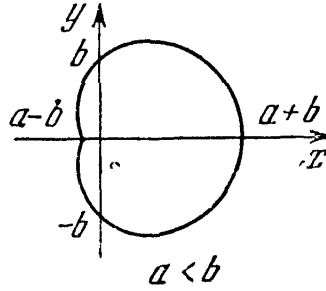
Астроида



Декартов лист

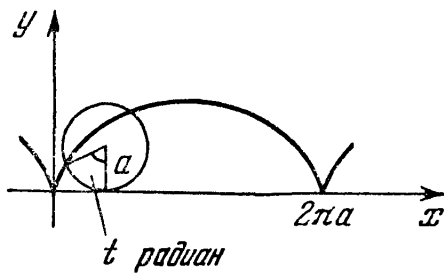


$a > b$

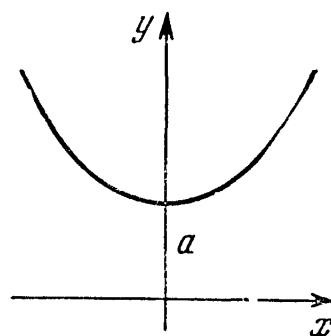


$a < b$

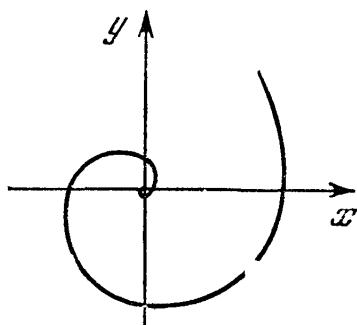
Улитка Паскаля



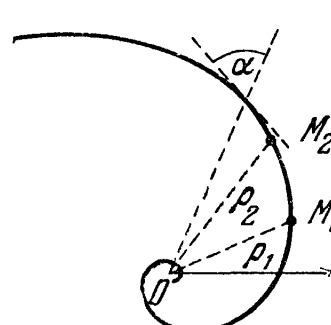
Циклоида



Цепная линия



Спираль Архимеда



Логарифмическая спираль

Некоторые алгебраические и трансцендентные кривые.

УРАВНЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ПЛОСКИХ КРИВЫХ

(a) Парабола Нейля (полукубическая парабола): $y = ax^{3/2}$.

(b) Локон Аньези: $x^2y = 4a^2(2a - y)$.

(c) Конхоида Никомеда: $(x^2 + y^2)(x - a)^2 = x^2b^2$.

(d) Циссоида Диоклеса:

$$y^2(a - x) = x^3 \text{ или } \rho = a \left(\frac{1}{\cos \varphi} - \cos \varphi \right).$$

(e) Лемниската Бернулли:

$$(x^2 + y^2) - a^2(x^2 - y^2) = 0 \text{ или } \rho^2 - a^2 \cos 2\varphi = 0.$$

(f) Овалы Кассини: $(x^2 + y^2 + a^2)^2 - 4a^2x^2 = c^4$ (геометрическое место точек, для которых произведение расстояний до точек $(-a, 0)$ и $(a, 0)$ равно c^2).

(g) Строфоида: $x^3 + x(a^2 + y^2) = 2a(y^2 + x^2)$.

(h) «Крест» (Cruciform):

$$x^2y^2 = a^2(x^2 + y^2) \text{ или } \rho = \frac{2a}{\sin 2\varphi}.$$

(i) Кардиоида:

$$(x^2 + y^2 - ax)^2 = a^2(x^2 + y^2) \text{ или } \rho = a(1 + \cos \varphi).$$

(j) Трисектриса:

$$y^2 = \frac{x^3(3a - x)}{a + x} \text{ или } \rho = a \left(4 \cos \varphi - \frac{1}{\cos \varphi} \right).$$

(k) Астроида:

$$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3} \text{ или } x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t.$$

(l) Декартов лист:

$$x^3 + y^3 = 3axy \text{ или } x = \frac{3at}{t^3 + 1}, y = \frac{3at^2}{t^3 + 1} \quad (-\infty \leq t \leq +\infty).$$

(m) Улитка Паскаля:

$$(x^2 + y^2 - ax)^2 = b^2(x^2 + y^2) \text{ или } \rho = b + a \cos \varphi$$

Примеры трансцендентных кривых

(a) Цепная линия: $y = \frac{a}{2} (e^{x/a} + e^{-x/a}) = a \operatorname{ch} \frac{x}{a}$.

(b) Спираль Архимеда: $\rho = a\varphi$.

(c) Параболическая спираль: $\rho^2 = 2p\varphi$.

(d) Логарифмическая спираль: $\rho = ae^{b\varphi}$.

(e) Циклоида (кривая, описанная точкой, отстоящей на расстоянии a_1 от центра круга радиуса a , катящегося без скольжения по оси абсцисс):

$$x = at - a_1 \sin t, \quad y = a - a_1 \cos t.$$

З а м е ч а н и е. При $a_1 < a$ циклоида называется *укороченной*, при $a_1 > a$ — *удлиненной*. Если $a_1 = a$, то получается обычная циклоида.

(f) Эпициклоида (кривая, описанная точкой, отстоящей на расстоянии a_1 от центра круга радиуса a , катящегося без скольжения по окружности $x^2 + y^2 = b^2$ и находящегося вне этой окружности):

$$\left. \begin{aligned} x &= (a + b) \sin \frac{a}{b} t - a_1 \sin \frac{a + b}{b} t, \\ y &= (a + b) \cos \frac{a}{b} t - a_1 \cos \frac{a + b}{b} t \end{aligned} \right\}$$

(g) Гипоциклоида (кривая, описанная точкой, отстоящей на расстоянии a_1 от центра круга радиуса a , катящегося без скольжения по окружности $x^2 + y^2 = b^2$ и остающегося внутри нее):

$$\left. \begin{aligned} x &= (b - a) \sin \frac{a}{b} t - a_1 \sin \frac{b - a}{b} t, \\ y &= (b - a) \cos \frac{a}{b} t + a_1 \cos \frac{b - a}{b} t \end{aligned} \right\}$$

(см. замечание к (e)).

(h) Трактриса:

$$x = a \left(\cos t + \ln \operatorname{tg} \frac{t}{2} \right), \quad y = a \sin t.$$